Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=3-i$. Arătați că $z(z+2i)=10$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)+f(-2a)=a$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+7}=2\sqrt{x+1}$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,5,7\}$. Determinați câte dintre submulțimile mulțimii A au exact trei elemente și conțin numărul 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,6)$, $B(4,1)$ și $C(5,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care dreptele OA și BC sunt paralele.

5p **6.** Se consideră expresia $E(x)=\left(1+\operatorname{tg}^2x\right)\sin\frac{x}{2}+\cos 3x$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a & a\\ a & 3 & a\\ 0 & 2 & 1\end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații liniare $\begin{cases}x+ay+az=1\\ ax+3y+az=0\\ 2y+z=0\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1))=2$.

5p **b)** Arătați că, pentru orice număr real a, sistemul de ecuații are soluție unică.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul a pentru care sistemul de ecuații are soluția (x_0,y_0,z_0), cu $z_0=nx_0$, unde n este număr natural.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{2}{3}(x-3)(y-3)+3$.

5p **a)** Arătați că $0*2=5$.

5p **b)** Determinați numerele reale x pentru care $x*\frac{3x}{2}=5x$.

5p **c)** Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*m*n=-1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3-4x}{x^2+5}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x^2-1)(x^2+20)}{(x^2+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că dreapta de ecuație $y=x$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care ecuația $f(x)=m$ are exact trei soluții.

2. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-4}{x\ln x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^3 f(x)\,x\ln x\,dx=\frac{7}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2-4}dx = \ln 2$.

5p **c)** Arătați că $\lim_{x\to 2}\frac{1}{F^2(x)}\int_2^x (t-2)F(t)\,dt = \frac{\ln 2}{4}$, unde $F:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(2)=0$.